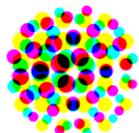


TEMA 8: SISTEMA DIÉDRICO: INTERSECCIONES, PARALELISMO Y PERPENDICULARIDAD.

TEMA 8: SISTEMA DIÉDRICO: INTERSECCIONES, PARALELISMO Y PERPENDICULARIDAD.	1
1 INTERSECCIONES	2
1.1 Intersección de dos planos cualquiera	2
1.2 Intersección de un plano cualquiera con otro proyectante.	3
1.3 Intersección de un plano cualquiera con otro paralelo a los de proyección	3
1.4 Intersección de dos planos proyectantes	4
1.5 Intersección de dos planos paralelos a la Línea de Tierra	4
1.6 Intersección de dos planos que se cortan fuera de los límites del papel.	5
1.7 Intersección de dos planos que pasan por el mismo punto de la línea de tierra	6
1.8 Intersección de recta y plano	6
2 PARALELISMO	8
2.1 Paralelismo entre rectas	8
2.2 Paralelismo entre planos	8
2.3 Paralelismo entre recta y plano	9
3 PERPENDICULARIDAD	10
3.1 Teoremas de perpendicularidad	10
3.2 Perpendicularidad entre recta y plano	10
3.3 Perpendicularidad entre planos	12
3.4 Perpendicularidad entre rectas	13

CRITERIOS DE EVALUACIÓN

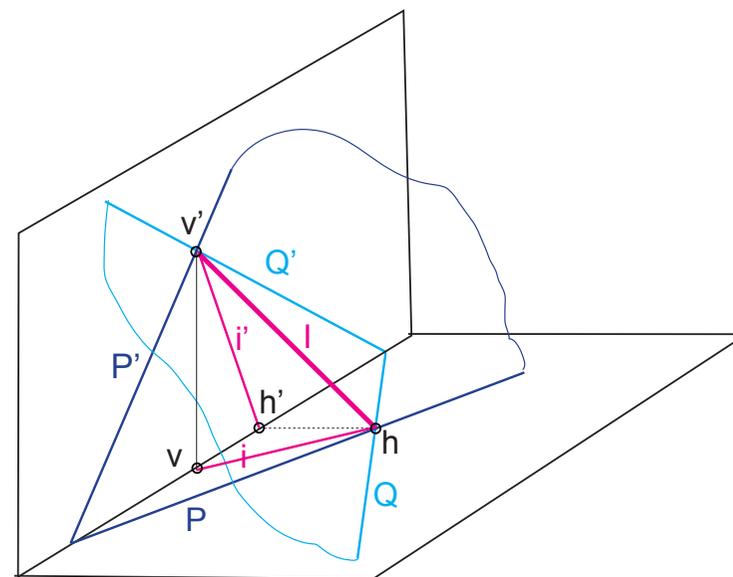
- 2.1. Relacionar los fundamentos y características de los sistemas de representación con sus posibles aplicaciones al dibujo técnico, seleccionando el sistema adecuado al objetivo previsto, identificando las ventajas e inconvenientes en función de la información que se desee mostrar y de los recursos disponibles.
- 2.2. Representar formas tridimensionales sencillas a partir de perspectivas, fotografías, piezas reales o espacios del entorno próximo, utilizando el sistema diédrico o, en su caso, el sistema de planos acotados, disponiendo de acuerdo a la norma las proyecciones suficientes para su definición e identificando sus elementos de manera inequívoca.



1 INTERSECCIONES

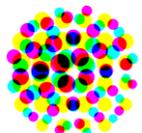
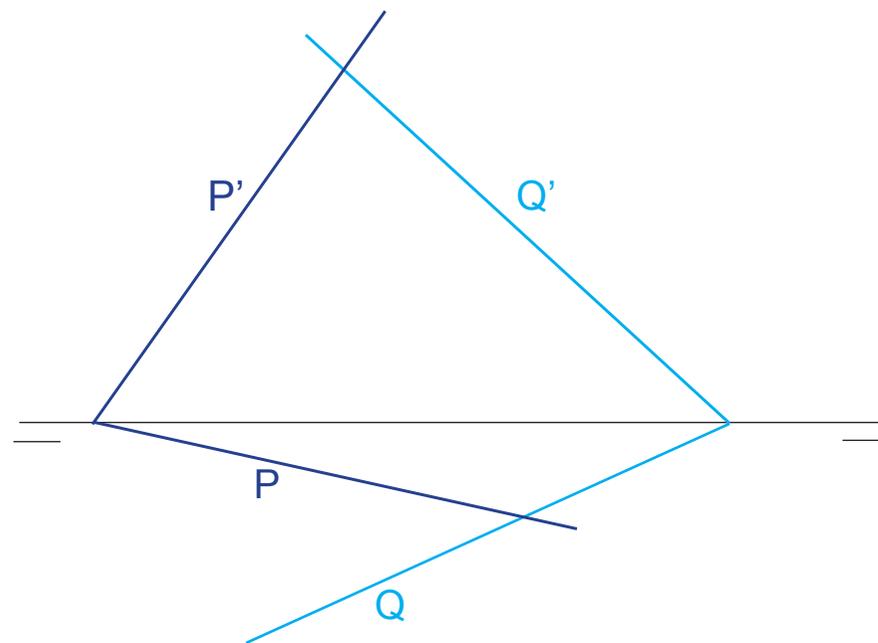
1.1 Intersección de dos planos cualquiera

La Intersección de dos planos siempre es una recta. La recta de intersección pertenece a los dos planos y por ello debe cumplir con cada uno las condiciones para que una recta pertenezca a un plano, es decir, las trazas de la recta deben estar en las trazas homónimas de cada uno de los planos, por tanto:



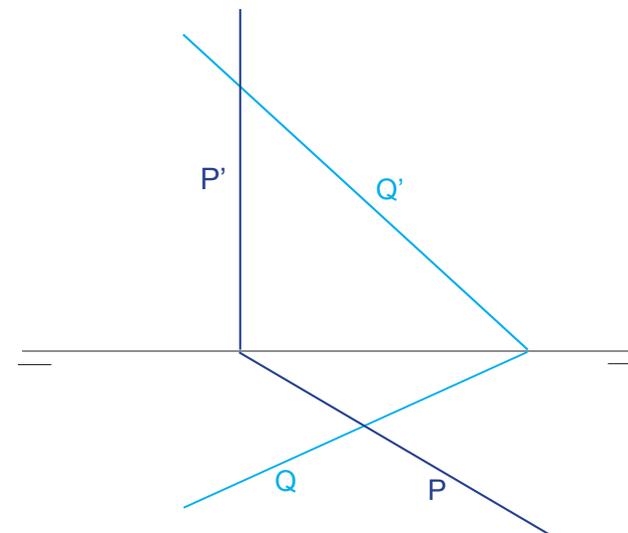
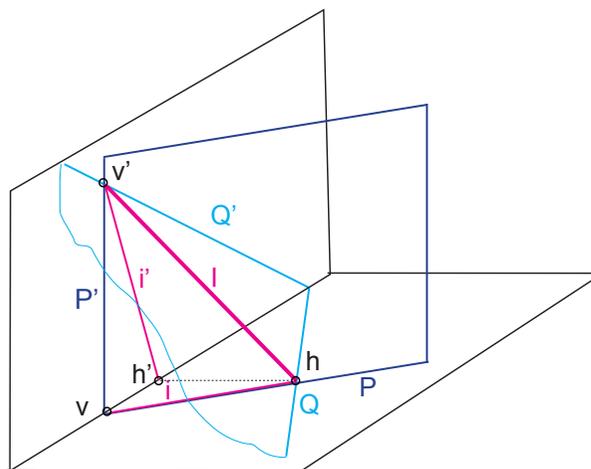
Dados los planos $P(P-P')$ y $Q(Q-Q')$:

1. La intersección de las trazas horizontales P y Q determinan la traza horizontal H , de la recta I de intersección.
2. La intersección de las trazas verticales P' y Q' determinan la traza vertical V , de la recta.
3. Se une la proyección horizontal v de la traza vertical V con la proyección horizontal h de la traza horizontal H obteniendo así la proyección horizontal i de la recta.
4. Se une la proyección vertical h' de la traza horizontal H con la proyección vertical v' de la traza vertical V hallando la proyección vertical i' de la recta.



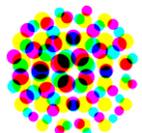
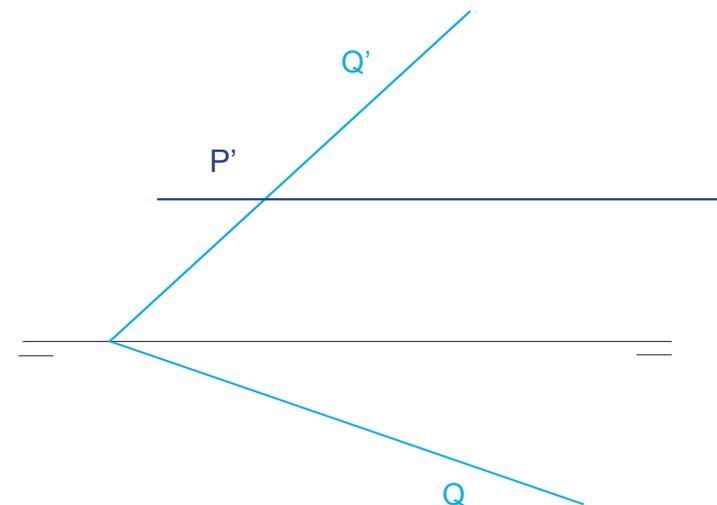
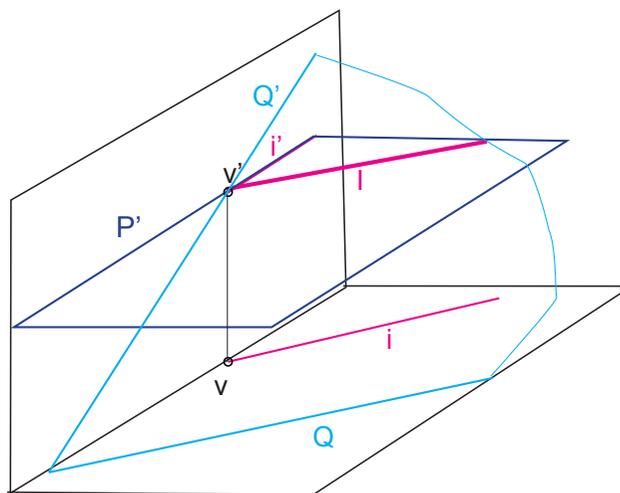
1.2 Intersección de un plano cualquiera con otro proyectante.

El proceso a seguir es el mismo que en el caso anterior. Lo único a tener en cuenta en este caso es que la proyección horizontal de cualquier elemento situado en un plano proyectante horizontal se encuentra en la traza horizontal de dicho plano, y viceversa, la proyección vertical de cualquier elemento que se encuentre en un plano proyectante vertical está en la traza vertical del plano.



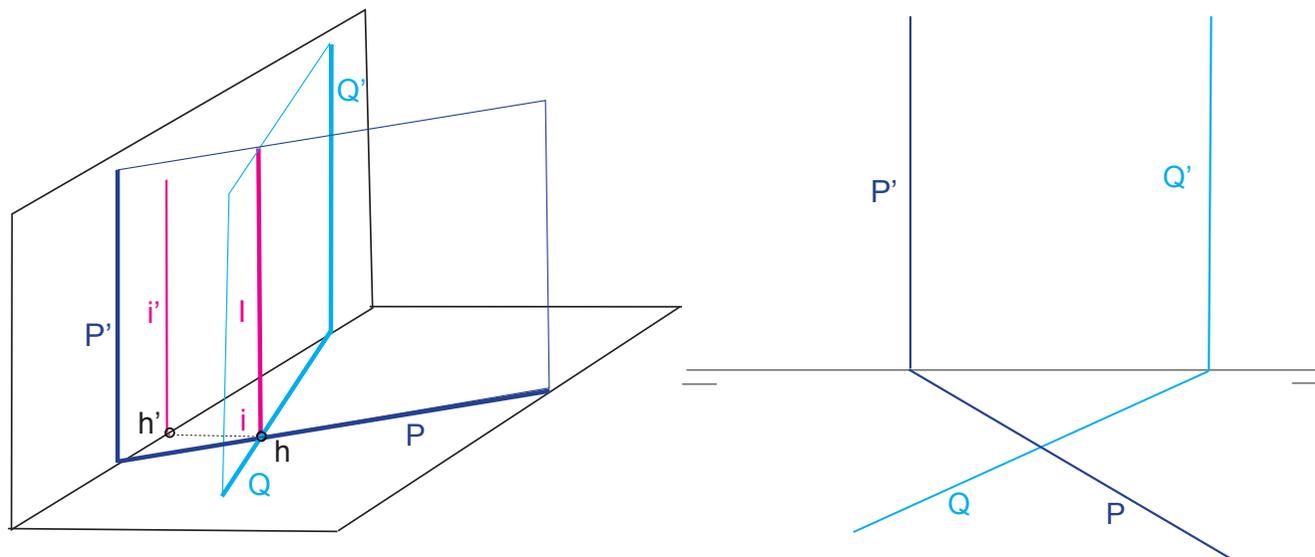
1.3 Intersección de un plano cualquiera con otro paralelo a los de proyección

En este caso la recta de intersección, además de pertenecer al plano oblicuo es paralela al plano horizontal, es decir, se trata de una recta horizontal del plano que, como ya se estudió en el tema anterior, tiene su proyección horizontal paralela a la traza horizontal del plano y su proyección vertical paralela a la línea de tierra.



1.4 Intersección de dos planos proyectantes

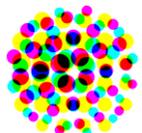
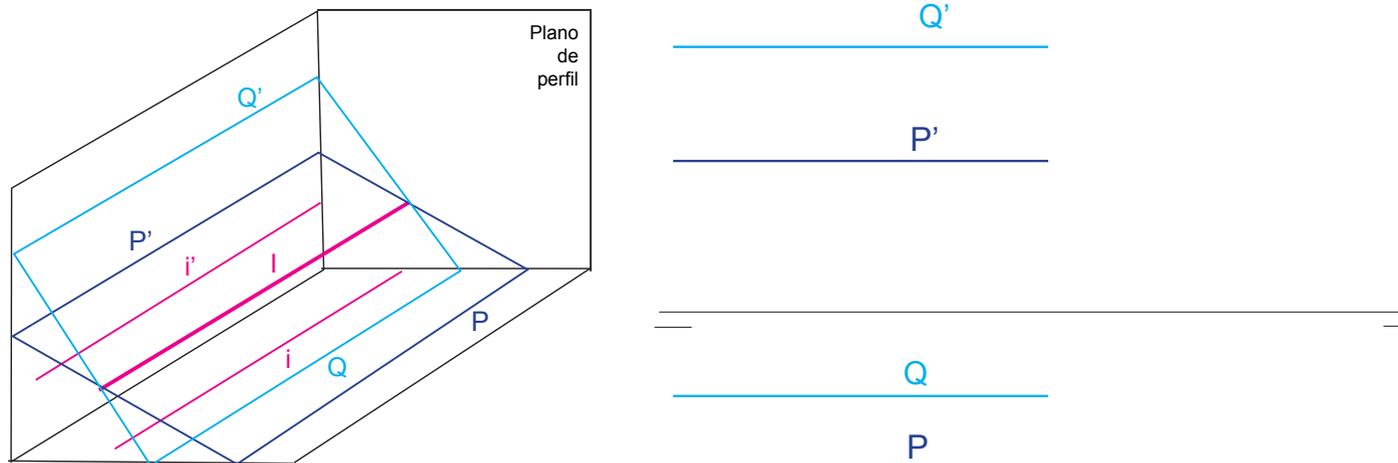
Si los planos son proyectantes horizontales el resultado será una recta vertical, perpendicular al Plano Horizontal de Proyección y si son proyectantes verticales la intersección será una recta de punta, perpendicular al Plano Vertical de Proyección.



1.5 Intersección de dos planos paralelos a la Línea de Tierra

Dos planos paralelos a la línea de tierra tienen sus trazas paralelas a ella y, por tanto, no se cortan; por esta razón no puede aplicarse el caso general visto anteriormente.

Para solucionar el problema se acude a un tercer plano auxiliar, en nuestro caso un plano de perfil, que corta a los anteriores según dos rectas que, a su vez, se cortan en un punto. Dado que la intersección de dos planos paralelos a la línea de tierra es una recta paralela a la línea de tierra, basta con el punto hallado para trazar la solución.



1.6 Intersección de dos planos que se cortan fuera de los límites del papel.

Cuando las trazas del plano no se cortan dentro de los límites del papel se recurre a la utilización de un plano auxiliar paralelo a los Planos de Proyección, frontal u horizontal dependiendo de si son las trazas verticales o las horizontales las que no se cortan. Se trata de determinar un punto común a los tres planos y que por lo tanto pertenecerá a la recta intersección.

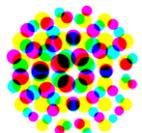
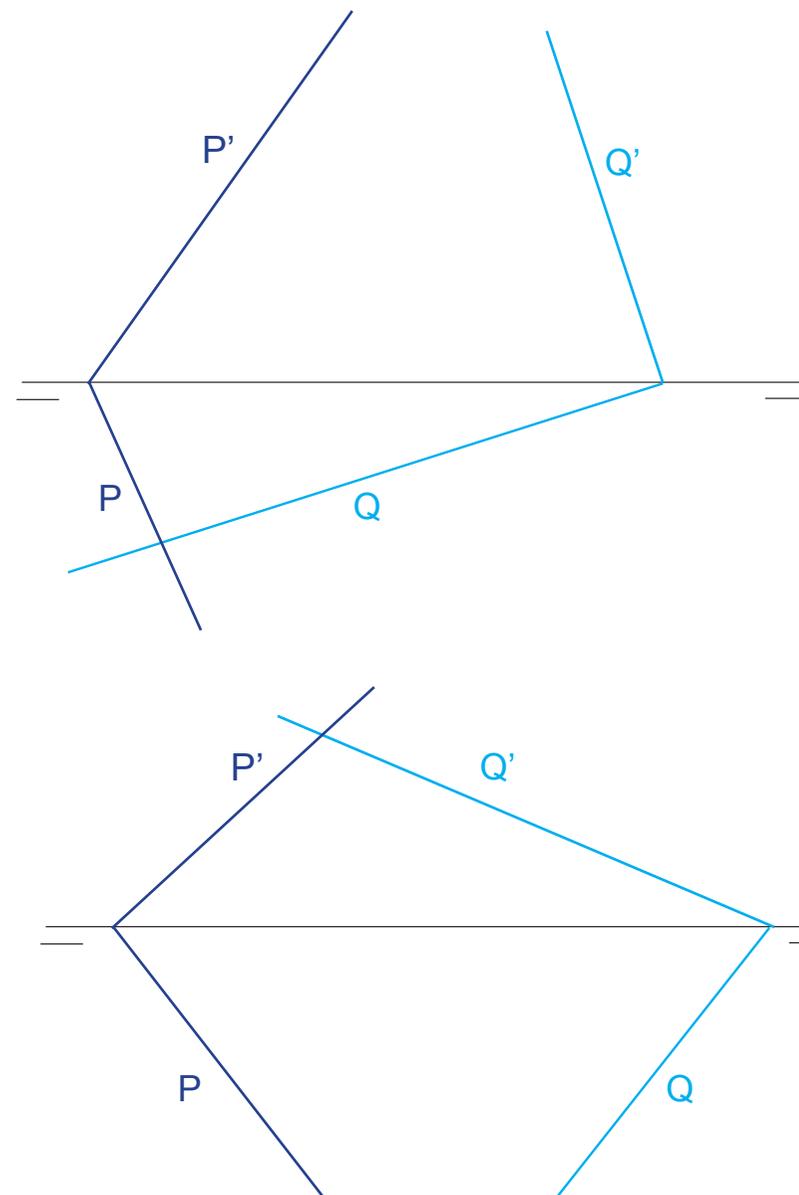
Intersección de planos cuyas trazas verticales se cortan fuera de los límites del dibujo

Dados los planos **P** y **Q** cuyas trazas verticales **P'** y **Q'** no se cortan dentro de los límites del dibujo:

1. Las trazas horizontales **P** y **Q** de los planos se cortan en el punto **h**, el cual pertenece a la recta intersección de los planos, ya que es la traza horizontal de la misma.
2. Como las trazas verticales de los planos no se cortan tomamos el plano auxiliar **H** paralelo al horizontal de proyección.
3. La traza horizontal, **H'** del plano auxiliar nos determina los puntos **v'_n** y **v'_m** trazas verticales de las rectas **M** y **N** de intersección de cada uno de los planos con el plano auxiliar. Como estas rectas son horizontales, su proyección vertical estará confundida con la proyección vertical del plano auxiliar y sus proyecciones horizontales serán paralelas a las proyecciones verticales de los respectivos planos.
4. Donde se cortan las proyecciones horizontales **m** y **n** de las rectas intersección estará la proyección horizontal **a** del punto **A**, obtenemos la proyección **a'**, que estará sobre la proyección **H'** del plano auxiliar.
5. Uniendo las proyecciones de los puntos **A** y **H** obtendremos las proyecciones de la recta intersección buscada.

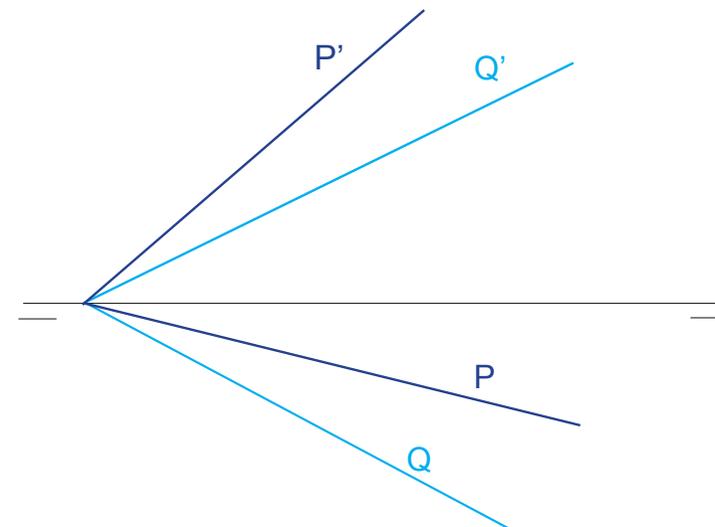
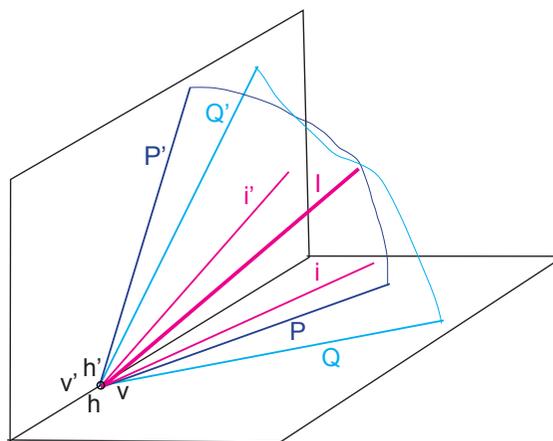
Intersección de planos cuyas trazas horizontales se cortan fuera de los límites del dibujo

Se procede como en el caso anterior pero se tomará como plano auxiliar un plano paralelo al vertical de proyección



1.7 Intersección de dos planos que pasan por el mismo punto de la línea de tierra

En este caso las trazas de los planos se cortan en un mismo punto de la Línea de Tierra, este punto pertenecerá a la recta intersección por lo que se tratará de encontrar otro punto de esta recta. Para ello se recurre como en los casos anteriores a un plano auxiliar que puede ser perpendicular al plano vertical o al horizontal.

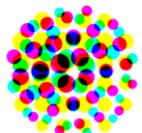
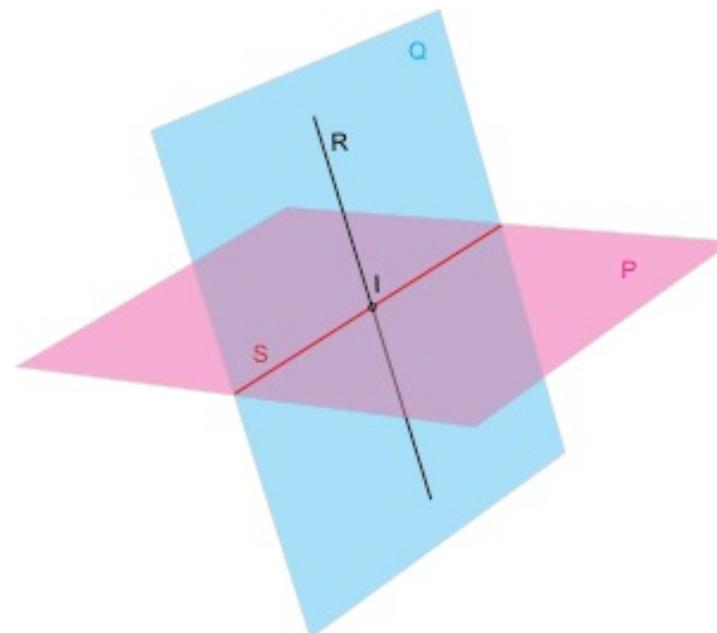


1.8 Intersección de recta y plano

La intersección de una recta y un plano, salvo que sean paralelos entre sí, siempre es un punto. Para determinar dicho punto se sigue el siguiente proceso general:

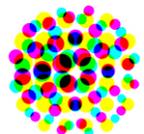
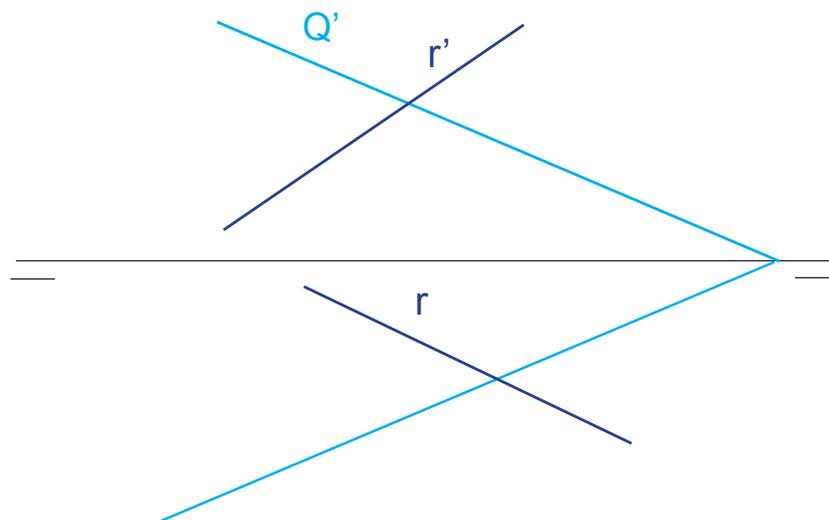
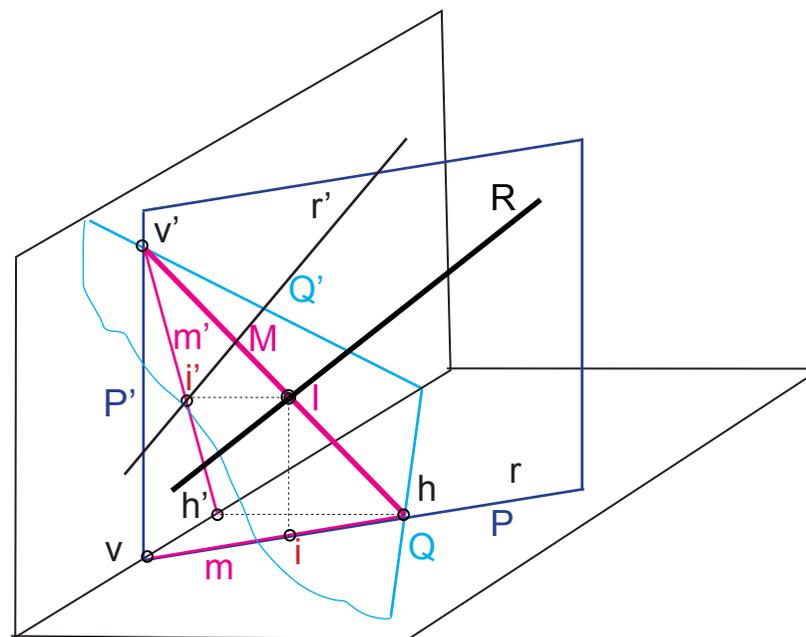
En el espacio, dados el plano **P** y la recta **R**:

1. Se traza un plano **Q** cualquiera que contenga a la recta **R**.
2. Se halla la recta **S** de intersección de los planos **P** y **Q**.
3. El punto **I** de intersección de las rectas **R** y **S** es el punto de intersección buscado.



En diédrico, dados el plano $Q(Q-Q')$ y la recta $R(r'-r)$:

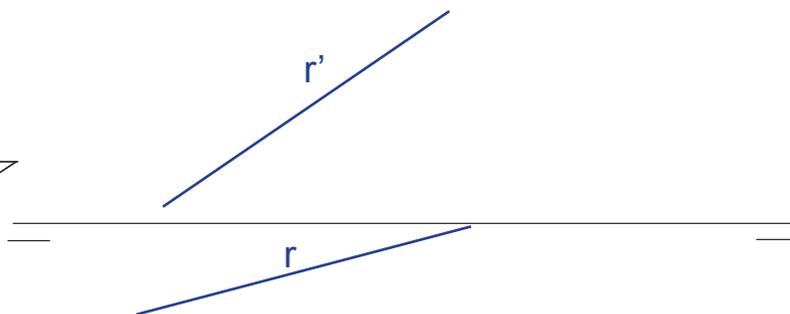
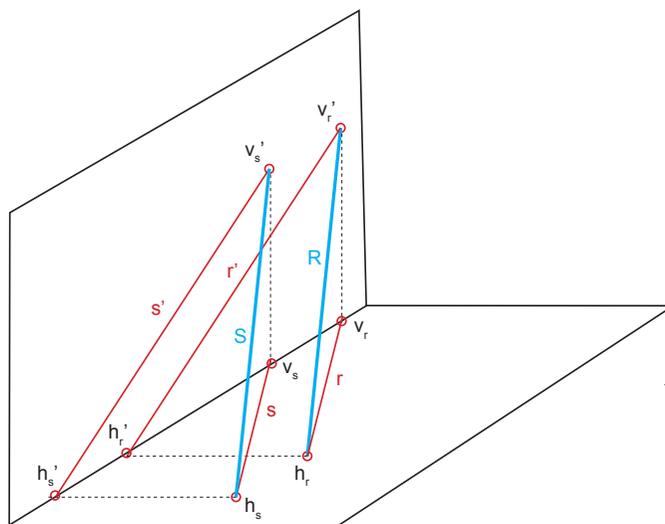
1. Se traza un plano cualquiera P que contenga a la recta R . Si el plano P se elige proyectante, las operaciones se simplifican.
2. Se halla la recta M de intersección de los planos P y Q , cuya proyección horizontal coincide con la traza horizontal del plano P por ser proyectante.
3. La proyección vertical i' del punto de intersección se encuentra donde se cortan las proyecciones verticales m' y r' .
4. Como las proyecciones horizontales m y r coinciden, la proyección horizontal i se halla trazando la perpendicular a la línea de tierra desde la proyección vertical i' .



2 PARALELISMO

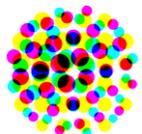
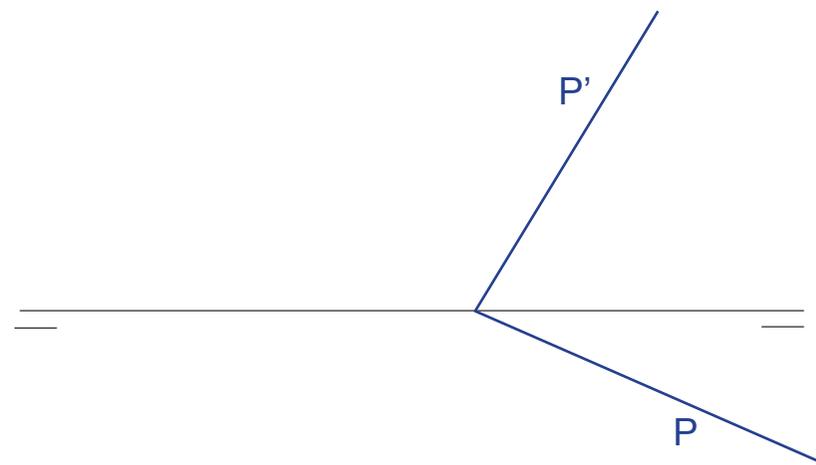
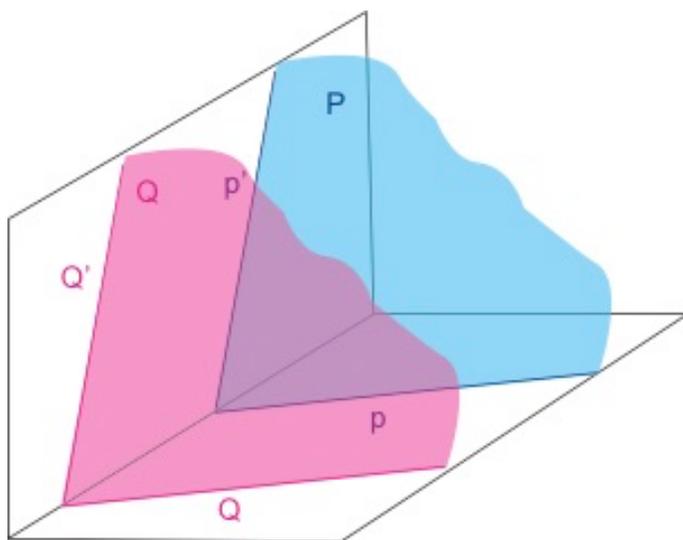
2.1 Paralelismo entre rectas

En diédrico, la condición para que dos rectas **R** y **S** sean paralelas es que sus proyecciones homónimas **r-s** y **r'-s'** sean paralelas entre sí, excepto las rectas de perfil, además, deben ser paralelas sus terceras proyecciones.



2.2 Paralelismo entre planos

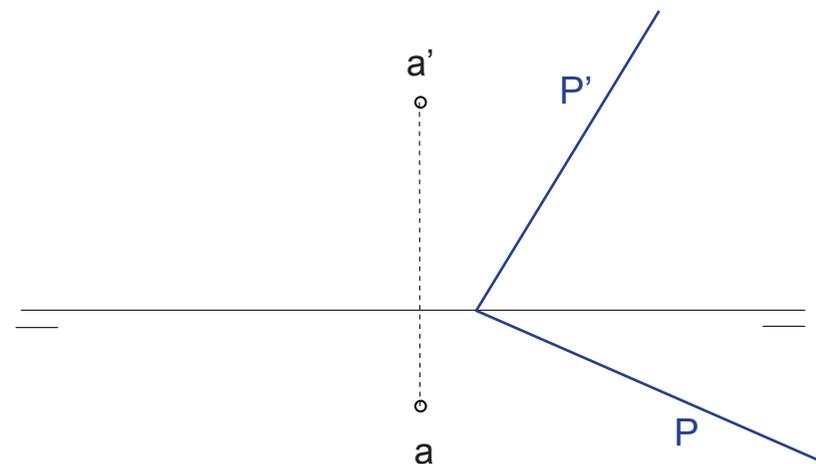
En diédrico, la condición para que dos planos **P** y **Q** sean paralelos es que sus trazas homónimas **P-Q** y **P'-Q'** sean paralelas entre sí, excepto los planos paralelos a la línea de tierra que, además, deben ser paralelas sus terceras trazas.



Trazar el plano paralelo a otro dado y que contenga un punto

Dados el plano $P(P-P')$ y el punto $A(a-a')$:

1. Se traza una recta R que contenga al punto A de forma que dicha recta pertenezca al plano solución; para ello, se elige una recta horizontal de manera que su proyección horizontal r sea paralela a la traza horizontal P y que, por tanto, será paralela también a la traza horizontal Q del plano que se busca, pues ambos deben tener sus trazas paralelas.
2. Por la traza vertical v' de la recta (se dibuja la traza vertical Q' paralela a la traza vertical P' del plano dado).
3. Por el vértice del plano (punto donde la traza vertical Q' corta a la línea de tierra), se dibuja la traza horizontal Q , paralela a la traza P .



2.3 Paralelismo entre recta y plano

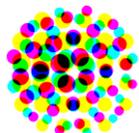
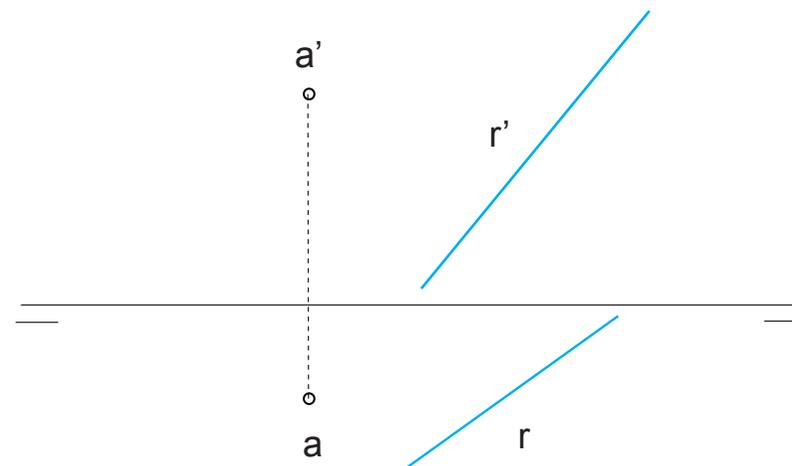
El paralelismo entre recta y plano no se manifiesta directamente en diédrico.

Para que una recta sea paralela a un plano debe ser paralela al menos a una recta del plano y por lo tanto, un plano será paralelo a una recta si contiene una recta paralela a la primera.

Trazar un plano P paralelo a la recta R dada y que contenga al punto A

Hay muchas soluciones posibles, se tratará de hacer pasar por el punto A dado un recta S paralela a la recta R y posteriormente contener esa recta en un plano.

1. Por la proyección a' del punto trazamos la proyección s' de la recta paralela a r' y por a la proyección s paralela a r .
2. Determinamos las trazas de la recta S .
3. Trazamos las trazas del plano haciéndolas pasar por las trazas homónimas de la recta S paralela a la R dada.



3 PERPENDICULARIDAD

En diédrico, al revés de lo que ocurre en paralelismo, dos rectas que son perpendiculares, o dos planos que son perpendiculares, no guardan relación especial entre sí; es decir, que si en diédrico se da el caso de que las proyecciones homónimas de dos rectas son perpendiculares, no significa que dichas rectas sean perpendiculares en el espacio; y si las trazas homónimas de dos planos son perpendiculares, tampoco significa que ambos planos sean perpendiculares.

3.1 Teoremas de perpendicularidad

- Si una recta es perpendicular a un plano es perpendicular a todas las rectas del plano.
- Para que una recta sea perpendicular a un plano ha de ser perpendicular al menos a dos rectas de el plano.
- **Teorema de las tres perpendiculares.**
Si dos rectas son perpendiculares en el espacio y una de ellas es paralela a un plano, las proyecciones ortogonales de las rectas sobre el plano son perpendiculares.

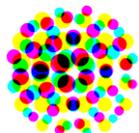
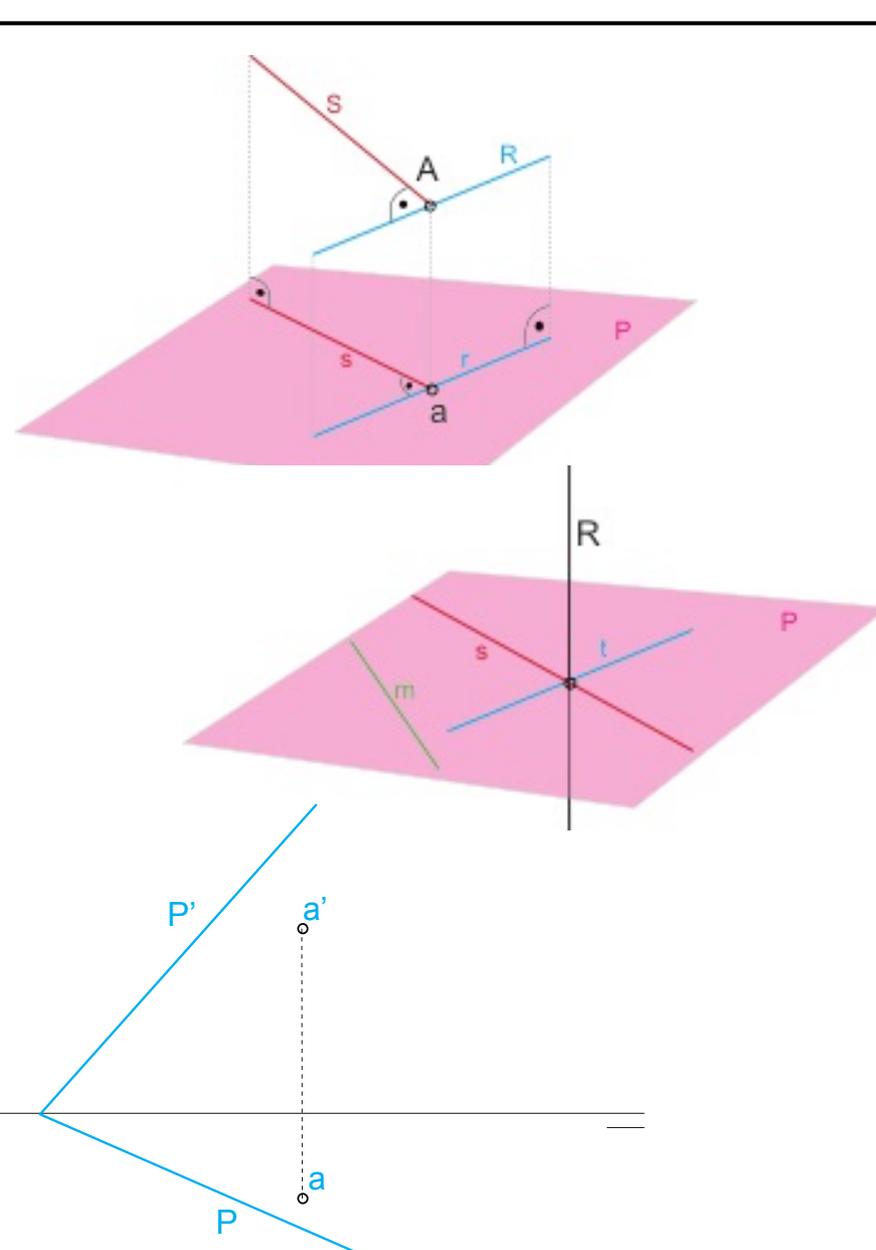
3.2 Perpendicularidad entre recta y plano

- Como hemos dicho una recta es perpendicular a un plano si lo es a dos rectas no paralelas contenidas en dicho plano.
- La perpendicularidad entre recta-plano se manifiesta directamente en diédrico, por lo que las trazas homónimas de la recta y el plano serán perpendiculares.

Recta perpendicular a un plano por un punto dado

El ejercicio se reduce a trazar por las proyecciones del punto A dado sendas perpendiculares a las trazas del plano.

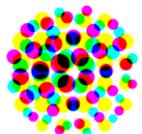
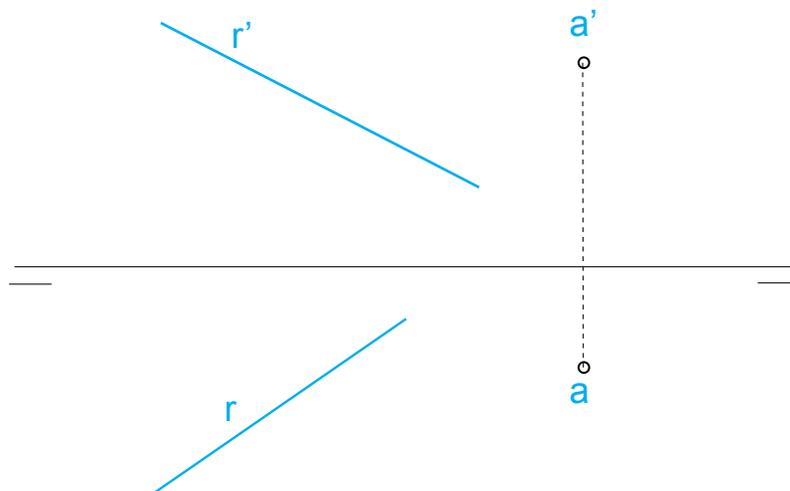
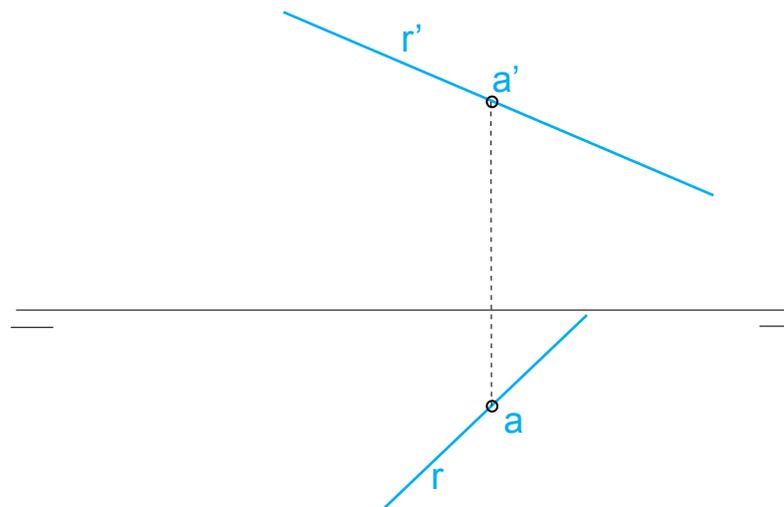
Plano perpendicular a una recta por un punto dado



Como expusimos en el teorema de las tres perpendiculares cuando una recta es paralela a un plano de proyección la perpendicularidad se mantiene en sus proyecciones. Por lo tanto para resolver el problema nos ayudaremos de una recta frontal u horizontal.

Dada la recta R y el punto A

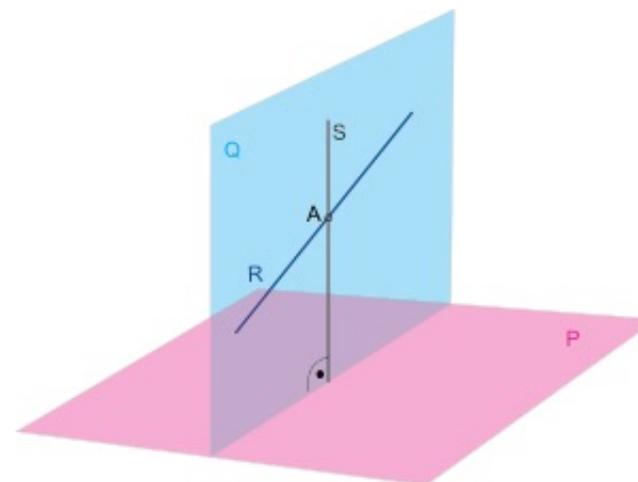
1. Tomaremos una recta frontal F
2. Por la proyección vertical a' del punto trazamos la proyección vertical de la recta f' , perpendicular a la proyección r' de la recta dada.
3. Por la proyección a trazamos la proyección f paralela a la Línea de Tierra.
4. Obtenemos la traza horizontal h y por ella la traza horizontal P del plano perpendicular a r .
5. Por el punto donde la traza P corta a la Línea de Tierra se dibuja la traza P' perpendicular a la traza r' o paralela a f' .



3.3 Perpendicularidad entre planos

- Dos planos son perpendiculares si uno de ellos contiene una recta perpendicular al otro.
- La perpendicularidad entre planos no se manifiesta directamente, excepto cuando son perpendiculares a los planos de proyección.

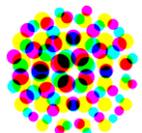
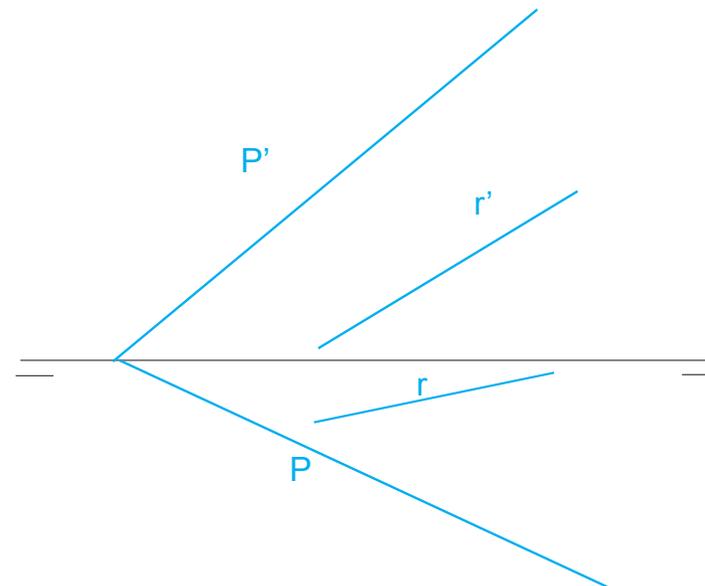
Este problema admite infinitas soluciones, puesto que para que un plano **Q** sea perpendicular a otro **Q** basta que contenga una recta **R** que sea perpendicular a **P**. Podemos determinar este ejercicio añadiendo una condición adicional, por ejemplo que contenga una recta.



Dado el plano P y la recta R, trazar un plano perpendicular a P que contenga a R

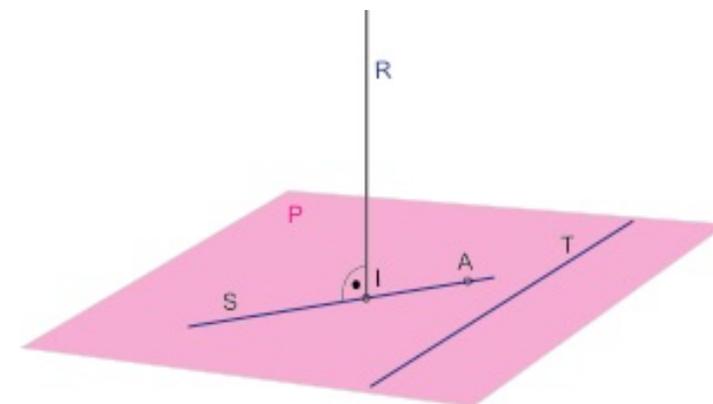
El procedimiento a seguir es el siguiente:

1. Se toma un punto **A** de la recta dada.
2. Se traza por **A** la recta **S** perpendicular al plano **P**.
3. Las rectas **R** y **S** determinan el plano **Q** buscado.



3.4 Perpendicularidad entre rectas

- La perpendicularidad entre rectas no se manifiesta directamente en sus proyecciones, salvo posiciones paralelas a los planos de proyección, según vimos en el teorema de las tres perpendiculares, debido a la deformación angular que se experimenta en toda proyección.
- Como expusimos anteriormente para resolver este ejercicio es necesario recordar que toda recta **T** o **S**, contenida en un plano perpendicular a una recta **R** dada, lo es a la recta dada, pase o no por su intersección.
- El problema tendría infinitas soluciones y se resolvería trazando un plano perpendicular a la recta dada y cualquiera de las rectas contenidas en este plano serían perpendiculares a la otra dada.
- Para que la recta solución quedara definida ha de darse alguna otra condición, como puede ser el que pase por un punto exterior.



Dada la recta *R* y el punto *A* trazar otra recta perpendicular a *R* que contenga al punto *A* dado

El problema se resuelve tomando un plano auxiliar que contenga al punto dado y sea perpendicular a la recta y la recta solución será la que pasando por el punto dado esté contenida en el plano, lo cual se obtiene uniendo el punto dado con el de intersección de la recta con el plano auxiliar.

